

第三章

万有引力定律

第1节 天体运动



对点上分

1. C 【解析】开普勒第一定律的内容为所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上，故 A 错误；开普勒第二定律为面积定律，即对同一个行星而言，太阳与行星的连线在相同时间内扫过的面积相等，故 B 错误；由开普勒第三定律可知，太阳系中所有行星运行轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比值都相等，故 C 正确；哥白尼提出了“日心说”，开普勒提出了行星运动定律，故 D 错误。

注意说明 面积定律是对同一个行星而言的，不同的行星与太阳的连线在相等时间内扫过的面积是不符合面积定律的。

2. BC 【解析】根据开普勒第一定律可知，太阳处在 12P 彗星椭圆轨道的一个焦点上，故 A 错误；根据开普勒第二定律可知，12P 彗星在近日点的速度比在远日点的速度大，故 B 正确；根据开普勒第三定律可知，12P 彗星轨道半长轴的三次方与它公转周期的二次方的比值是一个定值，故 C 正确；根据开普勒第二定律可知，在远离太阳的过程中，12P 彗星与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等，故 D 错误。

3. C 【解析】根据开普勒第一定律可知，恒星一定处在椭圆轨道的一个焦点上，故 A 错误；盖亚-4b 在 b 、 d 两点时与恒星的距离相

注意点 开普勒定律虽是研究行星绕太阳的运动得出的规律，但对其他天体运动也适用，应用时注意区分中心天体与环绕天体即可

等，根据开普勒第二定律可知，在 b 、 d 两点速度大小相等，但是方向不同，故速度不同，故 B 错误； a 点较 c 点离恒星近，根据开普勒第二定律可知，盖亚-4b 在 a 点的速度大于在 c 点的速度，故 C 正确；根据开普勒第二定律可知， $d \rightarrow a \rightarrow b$ 的平均速率大于 $b \rightarrow c \rightarrow d$ 的平均速率，故从 b 经 c 到 d 的时间比周期的一半大，

点拨：由开普勒第二定律可知，离中心天体近则速率大，离中心天体远则速率小

故 D 错误。

4. B 【解析】设地球的轨道半径为 R_1 ，公转周期为 T_1 ，该彗星的轨道半长轴为 R_2 ，公转周期为 T_2 ，根据开普勒第三定律可知 $\frac{R_1^3}{T_1^2} =$

$\frac{R_2^3}{T_2^2}$ ，其中 $R_1 = 1 \text{ AU}$ ， $R_2 = 17 \text{ AU}$ ， $T_1 = 1 \text{ 年}$ ，代入解得 $T_2 = 17 \sqrt{17} \text{ 年}$ ，故 B 正确。

注意说明 在应用开普勒第三定律分析题目时，首先要判断两个行星（或卫星）的中心天体是否相同，只有中心天体相同，才能应用开普勒第三定律。

5. A 【解析】设地球半径为 R_0 ，近地圆轨道上运行周期为 T_0 ，近地圆轨道的半径约为地球半径，设“4 h 椭圆停泊轨道”半长轴为 a_1 、对应运行周期为 T_1 ，“12 h 大椭圆轨道”半长轴为 a_2 、对应运

行周期为 T_2 , 根据开普勒第三定律可得 $\frac{R_0^3}{T_0^2} = \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$, 解得 $a_1 \approx 1.9R_0, a_2 = 4R_0$, 所以“4 h 椭圆停泊轨道”远地点到地面距离为 $h_1 = 2a_1 - 2R_0 \approx 1.8R_0$, “12 h 大椭圆轨道”远地点到地面距离为 $h_2 = 2a_2 - 2R_0 = 6R_0$, 则有 $h_1 : h_2 \approx 1 : 3$, 故 A 正确.

第2节 万有引力定律



对点上分

1. C 【解析】牛顿发现了万有引力定律, 故 A 错误; 卡文迪许通过扭秤实验测出了引力常量, 故 B 错误, C 正确; 牛顿提出了月一地检验, 得出天上和地面引力遵循相同规律, 证明了万有引力定律的正确性, 故 D 错误.

2. AC 【解析】牛顿推理万有引力定律的过程用到了牛顿运动定律, 故 A 正确; 当物体间的距离趋近于 0 时, 万有引力定律不再适用, 故 B 错误; 两物体对彼此的万有引力是相互作用力, 总是大小相等, 方向相反, 故 C 正确; 任何两物体之间都存在万有引力, 故 D 错误.

知识拓展 (1) 任何有质量的客观存在的物体间都有万有引力.

(2) 两物体间的万有引力只与它们本身的质量和它们之间的距离有关, 而与物体所在空间的性质、是否受到其他外力等无关.

(3) 万有引力定律只适用于可看成质点的两物体间的相互作用, 当两物体间距很小时, 万有引力定律就不再适用.

3. C 【解析】忽略星球自转, 设地球质量为 $M_{\text{地}}$, 地球半径为 $R_{\text{地}}$, 该行星质量为 $M_{\text{星}}$, 该行星半径为 $r_{\text{星}}$, 车的质量为 m , 由万有引力定律可知 $F_{\text{地}} = G \frac{M_{\text{地}} m}{R_{\text{地}}^2} = 1\,600\text{ N}$, $F_{\text{星}} = G \frac{M_{\text{星}} m}{r_{\text{星}}^2}$, 代入数据解得 $F_{\text{星}} = 100\text{ N}$, 故 C 正确.

4. C 【解析】根据万有引力的公式 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 可知, 两物体的质量各减少一半, 距离不变, 两物体间的万有引力减小到原来的 $\frac{1}{4}$, 故 A 正确; 使其中一个物体的质量减小到原来的 $\frac{1}{4}$, 距离不变, 两物体之间的万有引力将减小为原来的 $\frac{1}{4}$, 故 B 正确; 使两物体间的距离和质量都减小为原来的 $\frac{1}{2}$, 两物体间的万有引力不变, 故 C 错误; 使两物体间的距离增大为原来的 2 倍, 质量不变, 两物体之间的万有引力将减小为原来的 $\frac{1}{4}$, 故 D 正确.

5. AD 【解析】根据开普勒第二定律可知, 彗星在近日点的速度大于其在远日点的速度, 即 $v_1 > v_2$, 故 A 正确, B 错误; 在近日点, 根据牛顿第二定律有 $\frac{GMm}{r_1^2} = ma_1$, 在远日点, 根据牛顿第二定律有 $\frac{GMm}{r_2^2} = ma_2$, 联立解得 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$, 故 C 错误, D 正确.

6. B 【解析】将题图甲中的 $\frac{3}{4}$ 圆环分成 3 个 $\frac{1}{4}$ 圆环, 则由对称性

可知, $\frac{3}{4}$ 圆环对球的万有引力大小等于其中的一个 $\frac{1}{4}$ 圆环对球的引力大小, 则每个 $\frac{1}{4}$ 圆环对球的万有引力大小均为 F , 则题图乙中半圆环对球的万有引力大小为 $F_{乙} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2}F$, 题图丙中由对称性可知, 整个圆环对球的万有引力大小为零, **B 正确**.



能力上分

1. D 【解析】根据万有引力定律和牛顿第二定律有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 可得

$a = \frac{GM}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$, 已知月地距离约为地球半径的 60 倍, 所以若想检验“使月球绕地球运动的力”与“使苹果落地的力”遵循同样的规律, 需要验证月球公转的加速度约为苹果落向地面加速度的 $\frac{1}{60^2}$, 故 **D 正确**.

2. D 【解析】该过程中海王星与太阳之间的距离逐渐减小, 由

$F = G \frac{Mm}{r^2} = ma = m \frac{v^2}{r}$, 可知海王星的加速度增大、速度增大, 因速度越来越大, 海王星从 Q 点到 M 点和从 M 点到 P 点的过程中, 所用时间不相同, 故 **A、B、C 错误**; 地球绕太阳的运行周期为 $T = 1$ 年, 设地球绕太阳运行的轨道半长轴为 r , 海王星绕太阳运行的轨道半长轴为 r' 、周期为 T' , 由开普勒第三定律可得 $\frac{T'^2}{T^2} = \frac{r'^3}{r^3} = k^3$, 解得 $T' = k^{\frac{3}{2}}T$, 即海王星的运行周期为 $k^{\frac{3}{2}}$ 年, 故 **D 正确**.

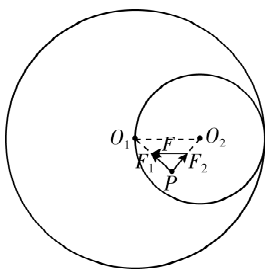
3. C 【解析】设 A 球质量为 m , 由 $M = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3$ 可知, B 球质量为

$8m$, C 的质量为 m , 根据万有引力定律可得, A 、 B 间的万有引力大小为 $F = G \frac{m \cdot 8m}{(3R)^2} = G \frac{8m^2}{9R^2}$, A 、 C 间的万有引力大小为 $F' = G \cdot \frac{m^2}{(3R)^2} = G \frac{m^2}{9R^2}$, 所以 $F' = \frac{1}{8}F$, 故 **C 正确**.

4. A 【解析】由题干“忽略自转的影响, 重力等于物体受到的引力”, 地表处有 $\frac{GMm}{R^2} = mg$, 可得 $g = \frac{GM}{R^2}$, 同理, 月表处有 $\frac{\frac{1}{81}GMm'}{\left(\frac{1}{4}R\right)^2} = m'g_{月}$, 则 $g_{月} = \frac{16}{81}g$, 故 **A 正确**; 由于质量分布均匀的球壳对球壳内部任意位置质点的万有引力都为零, 则月球隧道内任意一点(到月球球心的距离为 r)的重力加速度 $g_r = \frac{GM'}{r^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho}{r^2} = \frac{4\pi G\rho r}{3}$, g_r 与 r 成正比, r 越小, g_r 越小, 即隧道内任意一点的重力加速度都小于 $\frac{16}{81}g$, 故 **B、C 错误**; 距月球表面高为 h 处, 有 $\frac{GM_{月} m''}{(R_{月} + h)^2} = m''g_h$, 解得 $g_h = \frac{GM_{月}}{(R_{月} + h)^2}$, 即 g_h 与 $(R_{月} + h)^2$ 成反比, 故 **D 错误**.

5. C 【解析】先将大球补全, 由题干“质量分布均匀的薄球壳对壳

内物体的引力为零”可知,大球对质点的引力 F_1 等于以 O_1P 为半径的实心球对质点的引力, F_1 的方向沿 PO_1 , 设均质球的密度为 ρ , 则大球的质量 $M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi(2R)^3$, 以 O_1P 为半径的实心球的质量 $M_1 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (O_1P)^3$, 则 $F_1 = G \frac{M_1 m}{(O_1P)^2} = G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi m \cdot O_1P$; 同理, 被挖去的小球对质点的引力 F_2 等于以 O_2P 为半径的实心球对质点的引力, F_2 的方向沿 PO_2 , 以 O_2P 为半径的实心球的质量 $M_2 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (O_2P)^3$, 则 $F_2 = G \frac{M_2 m}{(O_2P)^2} = G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi m \cdot O_2P$. 对质点受力分析, 如图所示, 易得 F 、 F_1 、 F_2 组成的矢量三角形与三角形 O_1O_2P 相似, 则 F 方向平行于 O_1O_2 , 有 $\frac{F}{O_1O_2} = \frac{F_1}{PO_1}$, 则 $F = \frac{GMm}{8R^2}$, 故 A、B、D 错误, C 正确.



方法总结 用“填补法”计算万有引力

(1) 对于非对称(或不完整)的物体, 通过填补后构成对称(完整)的物体, 然后利用对称物体所满足的物理规律进行求解的方法称为“填补法”.

(2) 计算一些不完整球体对球体外质点的万有引力时, 常常采用“填补法”.

(3) 具体求解步骤

- ①把从均匀球体上挖去的部分补上;
- ②计算完整球体对球体外质点的万有引力;
- ③计算补上部分对球体外质点的万有引力;
- ④两者之差即为所求球体剩余部分对球体外质点的万有引力.

第3节 预言未知星体 计算天体质量



对点上分

1. B 【解析】由万有引力定律可知, 电梯轿厢所受地球的万有引力

大小为 $F = G \frac{Mm}{r^2}$, 其中 r 是电梯轿厢到地心的距离, 在电梯轿厢

从地面($r=R$)上升到同步轨道($r=R+36\,000\text{ km}$)过程中, 随着 r 增大, 万有引力减小, 故 A 错误; 由题干知, 电梯轿厢随地球一起自转, 即电梯轿厢的角速度不变, 由 $v = \omega r$, $a = \omega^2 r$, 其中 r 是电梯轿厢到地心的距离, 则当电梯轿厢从地面($r=R$)上升到同步轨道($r=R+36\,000\text{ km}$)时, 随着 r 增大, 电梯轿厢绕地球运行的线速度逐渐增大, 电梯轿厢绕地球运行的向心加速度逐渐增大, 故 B 正确, C、D 错误.

易错警示 容易错误地认为这是环绕模型,电梯轿厢虽绕地

球运行,但受到的万有引力未全部充当向心力, $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ 不适用。

2. BD 【解析】 g 表示地球表面重力加速度,所以 mg 不能表示地球公转所需的向心力,故 A 错误;根据牛顿第二定律得

$$\frac{GMm}{R^2} = mR \frac{4\pi^2}{T^2}, \text{解得 } R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}, \text{故 B 正确;}$$

$$\text{根据牛顿第二定律得 } \frac{GMm}{R^2} = m\omega^2 R, \text{解得 } \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}, \text{故 C 错误;}$$

$$\text{根据牛顿第二定律得 } \frac{GMm}{R^2} = ma, \text{解得 } a = \frac{GM}{R^2}, \text{故 D 正确.}$$

方法总结 求天体做圆周运动时的物理量,例如线速度、角速度、向心加速度以及周期等,可以根据万有引力提供向心力求

$$\text{解,即 } \frac{GMm}{r^2} = ma = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r.$$

3. AD 【解析】设星球的半径为 R ,则由牛顿第二定律得

$$G \frac{Mm}{R^2} = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2, \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}, \text{联立解得 } \rho = \frac{3\pi}{GT^2}, \text{故 A 正确, B 错}$$

$$\text{误;由开普勒第三定律有 } \frac{r^3}{T^2} = k, \text{可知 } \frac{(R+h)^3}{(8T)^2} = \frac{R^3}{T^2}, \text{解得 } R = \frac{1}{3}h,$$

故 C 错误, D 正确。

4. C 【解析】设地球的质量为 M ,“北斗三号”G7 星的质量为 m ,由

$$\text{万有引力提供向心力有 } G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r, \text{解得 } M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}, \text{则地}$$

$$\text{球的平均密度为 } \rho = \frac{M}{V} = \frac{\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3}, \text{由题干可知 } \frac{r}{R} = k, \text{代入}$$

$$\text{解得 } \rho = \frac{3\pi k^3}{GT^2}, \text{故 C 正确.}$$

5. C 【解析】设卫星的轨道半径为 r ,由几何关系可知 $\sin \theta = \frac{R}{r}$,

$$\text{解得 } r = \frac{R}{\sin \theta}, \text{对卫星绕地球做圆周运动有 } G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r, \text{可得}$$

$$\text{地球的质量 } M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2 \sin^3 \theta}, \text{故 C 正确.}$$

6. B 【解析】质量为 m 的物体放在 A 位置,向心力为零,重力等

$$\text{于万有引力,即 } G \frac{Mm}{R^2} = mg; \text{在 D 位置,有 } G \frac{Mm}{R^2} = m \times \frac{3}{4}g +$$

$$m\omega^2 R; E \text{ 位置的向心加速度为 } a_n = \omega^2 R \cos 30^\circ, \text{代入解得 } a_n =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{8}g, \text{故 B 正确.}$$

注意说明 物体随星球自转需要的向心力 $F_n = m\omega^2 r$, r 是物体旋转轨道的半径,不是星球半径 R ,在两极处 $r=0$,在赤道处 $r=R$,在其他纬度处 $0 < r < R$ 。

第3节 节测上分

1. B 【解析】物体在北极所需的向心力为零,有 $G \frac{Mm}{R^2} = N_1$,物体在

赤道上有 $G \frac{Mm}{R^2} = N_2 + m\omega^2 R$, 由题干有 $\Delta N = N_1 - N_2 = m\omega^2 R$, 解得

大招攻略 17 万有引力与重力的关系

地球自转的角速度 $\omega = \sqrt{\frac{\Delta N}{mR}}$, 故 B 正确.

2. B 【解析】根据开普勒第一定律, “七星连珠” 现象发生的时间内, 这七颗行星都围绕太阳沿椭圆轨道运动, 故 A 错误; 由万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$, 则 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$, 由于水星绕太阳运动的轨道半径比金星小, 所以水星绕太阳运动的角速度大, 故 B 正确; 若七星都绕太阳做匀速圆周运动, 根据 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$,

通法攻略 18 环绕模型与万有引力的研究

知道七星中任意一颗行星的公转周期与轨道半径, 就可以求出太阳的质量, 故 C 错误; 因为金星的轨道半长轴小于火星的轨道半长轴, 由开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2} = k$ 可知, 金星的公转周期小于火星的公转周期, 故 D 错误.

3. AC 【解析】由题可知 $r_{\text{太}} : r_{\text{地}} = 100 : 1$, $r_{\text{月}} : r_{\text{地}} = 1 : 4$, 结合题图可得地球到太阳的距离与月球到地球的距离之比约为 $r_1 : r_2 = r_{\text{太}} : r_{\text{月}} = 400 : 1$, 故 A 正确; 由牛顿第二定律得 $\frac{GMm}{r^2} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$, 可得 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$, 则 $\frac{M_{\text{太}}}{M_{\text{地}}} = \frac{r_1^3 T_2^2}{r_2^3 T_1^2} \approx 3.8 \times 10^5$, 即太阳的质量约为地球质量的 3.8×10^5 倍, 此时地球对月球的引力与太阳对月球的引力大小之比为 $F_{\text{地月}} : F_{\text{太月}} = \frac{GM_{\text{地}} M_{\text{月}}}{r_2^2} : \frac{GM_{\text{太}} M_{\text{月}}}{(r_1 - r_2)^2} \approx 0.4$, 球体的密度为 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi r^3}$, 则地球与太阳的平均密度之比为 $\frac{\rho_{\text{地}}}{\rho_{\text{太}}} = \frac{M_{\text{地}} r_{\text{太}}^3}{M_{\text{太}} r_{\text{地}}^3} \approx 2.6$, 故 C 正确, B、D 错误.

4. A 【解析】由万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{r^2} = \frac{m \times 4\pi^2 r}{T^2}$, 解得 $r^3 = \frac{GM}{4\pi^2} T^2$, 由图可知斜率 $k = \frac{GM}{4\pi^2}$, 所以天体的质量为 $M = \frac{4\pi^2 k}{G}$, 木星质量大于地球质量, 故地球质量为 $M_{\text{地}} = \frac{4\pi^2 a}{Gd}$, 木星质量为 $M_{\text{木}} = \frac{4\pi^2 b}{Gc}$, 地球密度为 $\rho_{\text{地}} = \frac{M_{\text{地}}}{V_{\text{地}}} = \frac{\frac{4\pi^2 a}{Gd}}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi a}{dR^3 G}$, 木星密度为 $\rho_{\text{木}} = \frac{M_{\text{木}}}{V_{\text{木}}} = \frac{\frac{4\pi^2 b}{Gc}}{\frac{4}{3}\pi (11R)^3} = \frac{3\pi b}{11^3 cR^3 G}$, 木星与地球的密度之比为 $\rho_{\text{木}} : \rho_{\text{地}} = \frac{3\pi b}{11^3 cR^3 G} : \frac{3\pi a}{dR^3 G} = \frac{bd}{11^3 ac}$, 故 A 正确, B、C、D 错误.

5. A 【解析】在地球表面, 忽略地球自转, 万有引力等于重力, 则有 $G \frac{m_{\text{地}} m}{R^2} = mg$, 月球绕地球的运动可看作匀速圆周运动, 万有

引力提供向心力, 则有 $G \frac{m_{\text{地}} m_{\text{月}}}{h^2} = m_{\text{月}} \frac{4\pi^2 h}{T^2}$, 由题意有 $h = 60R$, 联

立解得 $T = 120\pi \sqrt{\frac{60R}{g}}$, 故 A 正确.

6. BC 【解析】月球绕地球运动, 卫星绕月球运动, 它们的中心天体不同, 不能用开普勒第三定律, 故 A 错误; 对绕月极地卫星有

$\frac{GM_2 m}{(R_2 + h)^2} = m(R_2 + h) \frac{4\pi^2}{T_2^2}$, 对月球表面的物体有 $\frac{GM_2 m'}{R_2^2} = m' g_{\text{月}}$, 解得

月球表面重力加速度 $g_{\text{月}} = \frac{4\pi^2 (R_2 + h)^3}{R_2^2 T_2^2}$, 月球质量 $M_2 =$

$\frac{4\pi^2 (R_2 + h)^3}{G T_2^2}$, 故 B、C 正确; “月—地检验”说明地球对地面物体的

引力和地球对月球的引力是同一种性质的力, 故 D 错误.

7. C 【解析】设太阳质量为 M , 火星、地球质量分别为 m_1 、 m_2 , 公转轨道半径分别为 r_1 、 r_2 , 公转周期分别为 T_1 、 T_2 , 则由万有引力提

供向心力有 $G \frac{M m_1}{r_1^2} = m_1 \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 r_1$, $G \frac{M m_2}{r_2^2} = m_2 \left(\frac{2\pi}{T_2} \right)^2 r_2$, 解得 $\frac{T_1}{T_2} =$

$\sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2} \right)^3} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^3} = \sqrt{\frac{27}{8}}$, 故 A 错误; 由题意无法比较火星的

自转周期和地球的自转周期, 故 B 错误; 设火星、地球的半径分别为 R_1 、 R_2 , 探测器质量为 m , 探测器在火星、地球表面附近的运行速率分

别为 v_1 、 v_2 , 则有 $G \frac{m_1 m}{R_1^2} = m \frac{v_1^2}{R_1}$, $G \frac{m_2 m}{R_2^2} = m \frac{v_2^2}{R_2}$, 解得 $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \times \frac{R_2}{R_1}} =$

$\sqrt{\frac{1}{9} \times \frac{2}{1}} = \sqrt{\frac{2}{9}}$, 故 C 正确; 探测器在火星表面附近运行时, 有

$G \frac{m_1 m}{R_1^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R_1$, 解得火星的质量为 $m_1 = \frac{4\pi^2 R_1^3}{G T^2}$, 火星的体积为

$V = \frac{4}{3} \pi R_1^3$, 则火星的平均密度为 $\rho = \frac{m_1}{V} = \frac{3\pi}{G T^2}$, 故 D 错误.

8. 2.56×10^{-7}

【解析】设恒星的周期为 T' , 由图中数据可知 $\frac{T'}{2} = (2002 - 1994)$ 年 =

8 年, 可得恒星的周期为 $T' = 16$ 年. 设地球质量为 m' , 地球的公

转周期为 $T = 1$ 年, 由万有引力提供向心力可得 $\frac{G m m'}{R^2} = m' \frac{4\pi^2}{T^2} R$,

解得 $m = \frac{4\pi^2 R^3}{G T^2}$. 设恒星的质量为 m'' , 恒星绕黑洞沿半长轴 $a =$

$1\,000R$ 的椭圆轨道运动, 可近似视为以半径 $r = 1\,000R$ 绕黑洞做

圆周运动, 由万有引力提供向心力可得 $\frac{G M m''}{(1\,000R)^2} = m'' \frac{4\pi^2}{T'^2} \cdot$

$1\,000R$, 解得 $M = \frac{4\pi^2 (1\,000R)^3}{G T'^2}$, 故太阳与黑洞的质量之比为

$\frac{m}{M} = \frac{R^3}{(1\,000R)^3} \cdot \frac{T'^2}{T^2} = \frac{1}{1\,000^3} \times \frac{16^2}{1^2} = \frac{16^2}{1\,000^3} = 2.56 \times 10^{-7}$.

9. (1) $\frac{v^2 - v_0^2}{2h}$ $\frac{(v^2 - v_0^2) R^2}{2Gh}$ (2) $\frac{3(v^2 - v_0^2)}{8\pi R G h}$

【解析】(1) 由运动学公式有 $v^2 - v_0^2 = 2gh$, 解得 $g = \frac{v^2 - v_0^2}{2h}$,

忽略火星自转, 在火星表面, 小球所受万有引力等于重力, 则

有 $mg = G \frac{Mm}{R^2}$, 解得 $M = \frac{(v^2 - v_0^2) R^2}{2Gh}$.

(2) 火星体积 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, 火星密度 $\rho = \frac{M}{V}$, 结合上述解得

$$\rho = \frac{3(v^2 - v_0^2)}{8\pi R G h}.$$

第4节 人造卫星 宇宙速度

第5节 太空探索 (选学)



对点上分

- 1. C** 【解析】第二宇宙速度大小为 11.2 km/s, 第三宇宙速度大小为 16.7 km/s, 故 A 错误; 第三宇宙速度是地球上的物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度, 故 B 错误; 第一宇宙速度是物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的速度, 是最大环绕速度, 也是最小发射速度, 故 C 正确, D 错误.

关键点拨 “最小发射速度”和“最大环绕速度”

(1) “最小发射速度”是因为发射卫星要克服地球对它的引力, 所以向高轨道发射卫星比向低轨道发射卫星困难, 近地轨道是人造卫星的最低运行轨道, 而近地卫星的发射速度就是第一宇宙速度, 所以第一宇宙速度是人造卫星的最小发射速度.

(2) “最大环绕速度”, 根据万有引力提供向心力得 $\frac{GMm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$, 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, 轨道半径越小, 线速度越大, 在所有环绕地球做匀速圆周运动的卫星中, 近地卫星的轨道半径最小, 线速度最大, 所以近地卫星的线速度 (即第一宇宙速度) 是最大环绕速度.

- 2. B** 【解析】第一宇宙速度指物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的速度, 所以在地球表面附近运行的卫星的速度等于第一宇宙速度, 故 A 错误, B 正确; 若卫星发射速度大于第二宇宙速度, 则会脱离地球束缚, 不会进入月球轨道, 故 C 错误; 若卫星发射速度大于第三宇宙速度, 则会脱离太阳系, 不会进入太阳轨道, 故 D 错误.

- 3. C** 【解析】月球的第一宇宙速度为物体在月球表面附近做匀速圆周运动的速度, 则有 $mg = m \frac{v^2}{R}$, 解得 $v = \sqrt{gR}$, 故 A 错误; “嫦娥四号”绕月运行时, 由万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 结合月球表面重力加速度 $g = \frac{GM}{R^2}$, 可得 $v = \sqrt{\frac{gR^2}{r}}$,

点拨: 忽略月球自转, 月球表面物体所受万有引力等于重力

故 B 错误; 万有引力提供“嫦娥四号”做匀速圆周运动的向心力,

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r, \text{ 又月球质量 } M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3, \text{ 联立得 } G = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} \cdot$$

$$\frac{3}{4\pi \rho R^3} = \frac{3\pi r^3}{\rho T^2 R^3}, \text{ 故 C 正确; 第二宇宙速度是脱离地球引力束缚的}$$

最小发射速度, 而“嫦娥四号”绕月球运行, 未脱离地球引力束缚, 所以发射“嫦娥四号”无须达到第二宇宙速度, 故 D 错误.

- 4. A** 【解析】分析题意结合图像可知, 开始下落瞬间, 物体只受重力作用, 忽略行星自转, 根据万有引力等于重力可知 $\frac{GMm}{R^2} =$

$mg=ma_0$, 解得行星的质量为 $M=\frac{a_0 R^2}{G}$, 在行星表面飞行的卫星,

根据万有引力提供向心力有 $\frac{GMm'}{R^2}=m'\frac{v^2}{R}$, 联立求得 $v=\sqrt{a_0 R} =$

$\sqrt{4 \times 4 \times 10^6} \text{ m/s} = 4 \text{ km/s}$, 故 A 正确, B 错误; 根据密度公式可知

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3a_0}{4\pi GR} = \frac{3 \times 4}{4\pi \times 6.67 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^6} \text{ kg/m}^3 \approx 3.6 \times$$

10^3 kg/m^3 , 故 C 错误; 根据 $v^2 = 2ax$, 由题图可知 $S_{\Delta} = \frac{1}{2}v_{\max}^2 =$

$\frac{1}{2} \times 4 \times 9 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 18 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, 可知最大速度为 $v_{\max} = 6 \text{ m/s}$, 故 D

错误.

5. D 【解析】由平抛运动特点可得 $h = \frac{1}{2}g_{\text{月}}t^2$, $L = v_0 t$, 联立解得月

球表面的重力加速度 $g_{\text{月}} = \frac{2hv_0^2}{L^2}$, 故 A 错误; 忽略月球自转, 在月

球表面由万有引力等于重力得 $G\frac{m_{\text{月}}m}{R^2} = mg_{\text{月}}$, 将 $g_{\text{月}} = \frac{2hv_0^2}{L^2}$ 代入

上式得月球的质量 $m_{\text{月}} = \frac{2hR^2v_0^2}{GL^2}$, 故 B 错误; 由万有引力提供向心

力得 $G\frac{m_{\text{月}}m'}{R^2} = m'\frac{v^2}{R}$, 将 $m_{\text{月}} = \frac{2hR^2v_0^2}{GL^2}$ 代入上式得月球的第一宇

宙速度 $v = \frac{v_0}{L}\sqrt{2hR}$, 故 C 错误; 月球的平均密度 $\rho = \frac{m_{\text{月}}}{\frac{4}{3}\pi R^3} =$

$\frac{3hv_0^2}{2\pi GRL^2}$, 故 D 正确.

6. D 【解析】根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$, 可得 $r =$

$\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}}$, 若地球自转变快, 角速度变大, 则地球静止卫星的角速度

变大, 可知地球静止卫星的轨道半径变小, 即地球静止卫星的轨

道变低, 故 A 错误; 根据牛顿第二定律有 $G\frac{Mm}{r^2} = ma$, 可得 $a =$

$\frac{GM}{r^2}$, 因为地球静止卫星和极地同步卫星的轨道半径相同, 故加速

度大小相等, 故 B 错误; 在地球两极, 物体所需的向心力为零, 重

力等于万有引力, 即 $G\frac{Mm'}{R^2} = m'g_{\text{极}}$, 可得 $g_{\text{极}} = \frac{GM}{R^2}$, 在赤道处, 万

有引力和支持力的合力提供向心力, 有 $G\frac{Mm'}{R^2} - m'\omega^2 R = m'g_{\text{赤}}$, 可

得 $g_{\text{赤}} = g_{\text{极}} - \omega^2 R$, 可知地球赤道上的重力加速度比两极上的重力

加速度小, 故 C 错误; 置于武汉和北京的物体做圆周运动的半径

不相同, 根据 $a_n = \omega^2 r$ 可知置于武汉和北京的物体的向心加速度

注意: 两处物体随地球自转的圆轨道的圆心不是地心

大小不同, 故 D 正确.

7. C 【解析】由于卫星 B 是地球同步卫星, 所以卫星 B 与物体 A 的

角速度相同, 由公式 $v = \omega r$ 可得, 卫星 B 的运行速率大于物体 A 的

速率, 故 A 错误; 由向心加速度公式可得, 物体 A、卫星 B 的向心加

速度大小分别为 $a_A = \omega^2 r_A$ 、 $a_B = \omega^2 r_B$, 由于做圆周运动的半径 $r_A <$

r_B , 所以向心加速度 $a_A < a_B$, 故 B 错误; 设卫星 C 在近地点的运行速率为 v_1 , 近地点距地心的距离为 r' , 设一卫星绕地球做圆周运动的半径也为 r' , 线速度大小为 v_2 , 由卫星变轨可知 $v_1 > v_2$, 设卫星 B 绕地球做圆周运动的半径为 r_B , 线速度大小为 v_B , 由万有引力定律及牛顿第二定律得 $G \frac{Mm''}{r'^2} = m'' \frac{v_2^2}{r'}$, $G \frac{Mm'}{r_B^2} = m' \frac{v_B^2}{r_B}$, 由以上两式可得 $v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r'}}$, $v_B = \sqrt{\frac{GM}{r_B}}$, 由于 $r_B > r'$, 所以 $v_B < v_2$, 综上可得 $v_B < v_2 < v_1$, 故 C 正确; 由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, 解得 $a = G \frac{M}{r^2}$, 卫星 B、C 在 P 点到地心的距离相等, 所以卫星 B 在 P 点的加速度等于卫星 C 在 P 点的加速度, 故 D 错误。

8. A 【解析】b、c 围绕地球做匀速圆周运动, 由万有引力提供向心力, a 为地球赤道上的物体, 由万有引力和支持力的合力提供向心力, 故 A 错误; 设 a、b、c 的轨道半径分别为 R_a 、 R_b 、 R_c , c 为地球同步卫星, a 为地球赤道上的物体, 两者的周期均与地球自转周期相等, 对于 b、c, 根据开普勒第三定律有 $\frac{R_c^3}{T_c^2} = \frac{R_b^3}{T_b^2}$, 由于 $R_c > R_b$, 则有 $T_c > T_b$, 可知 $T_a = T_c > T_b$, 故 B 正确; a、c 的角速度相等, 且 $R_c > R_a$, 根据 $v = \omega r$, 则有 $v_a < v_c$, 根据牛顿第二定律有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 则 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 且 $R_c > R_b$, 则 $v_c < v_b$, 则有 $v_a < v_c < v_b$, 故 C 正确; 对于 a、c, 根据 $a = \omega^2 r$, 且 $R_c > R_a$, 则有 $a_a < a_c$, 根据 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, 则有 $a = \frac{GM}{r^2}$, 且 $R_c > R_b$, 则 $a_c < a_b$, 则有 $a_b > a_c > a_a$, 故 D 正确。

易错警示 混淆环绕卫星和星体表面的物体的运动规律

同步卫星和近地卫星都是由万有引力提供向心力, 即都满足 $G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = m \frac{v^2}{r} = ma$, 由上式比较各物理量的大小关系, 可知 r 越大, v 、 ω 、 a 越小, T 越大; 而同步卫星和赤道上物体做圆周运动的周期和角速度都相同, 因此要通过 $v = \omega r$ 和 $a = \omega^2 r$ 比较两者的线速度和向心加速度的大小。

9. ACD 【解析】根据万有引力提供向心力可得 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R = ma$, 得 $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$, $a = \frac{GM}{R^2}$, 可知卫星的轨道越高, 速率越小, 周期越大, 向心加速度越小, B 错误, C、D 正确, 飞船由低轨道变到高轨道, 需要加速, A 正确。
10. C 【解析】根据牛顿第二定律有 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, 解得 $a = \frac{GM}{r^2}$, 在轨道 2 上 Q 点与地心间的距离和在轨道 3 上 Q 点与地心间的距离相同, 因此在轨道 2 上 Q 点的加速度等于在轨道 3 上 Q 点的加速度, 故 D 错误; 根据开普勒第三定律有 $\frac{r_2^3}{T_2^2} = \frac{r_3^3}{T_3^2}$, 由题意可知 $r_2 < r_3$, 所以 $T_2 < T_3$, 即卫星在轨道 2 上运行的周期小于在轨道 3 上运行的周期, 故 A 错误; 卫星从轨道 1 上 P 点进入轨道 2 需要加速, 因此卫星在轨道 1 上 P 点的速度小于在轨道 2 上 P 点的速度, 故

B 错误;根据牛顿第二定律有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 由题意可知 $r_1 < r_3$, 所以 $v_{1P} > v_{3Q}$, 卫星从轨道 2 上 Q 点进入轨道 3 需要加速, 因此有 $v_{3Q} > v_{2Q}$, 所以 $v_{1P} > v_{3Q} > v_{2Q}$, 即卫星在轨道 1 上 P 点的速度大于在轨道 2 上 Q 点的速度, **故 C 正确**.

11. D 【解析】第一宇宙速度是地球人造卫星贴近地面做圆周运动的环绕速度, 是最大环绕速度, 故嫦娥三号在环地球圆轨道上的运行速度小于第一宇宙速度 7.9 km/s , **故 A 错误**; 地球的第二宇宙速度大小为 11.2 km/s , 发射速度达到此值时, 卫星将脱离地球的束缚, 绕太阳运动, 故嫦娥三号的发射速度不可能大于 11.2 km/s , **故 B 错误**; 根据牛顿第二定律, 有 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, 则 $a = \frac{GM}{r^2}$, 由此可知 $a_1 = a_2$, **故 C 错误**; 嫦娥三号从椭圆轨道 b 进入圆轨道 a 时, 做近心运动, 必须在 N 点减速, **故 D 正确**.



能力上分

1. B 【解析】过 A 点构建一个以月球球心为圆心的半径为 r_A 的圆轨道, 嫦娥六号在该圆轨道上运动的速度大小设为 v'_A , 从椭圆轨道需要减速做近心运动进入圆轨道, 故 $v'_A < v_A$, 在圆轨道 A 点的加速度大小 $a'_A = G \frac{M}{r_A^2} = \frac{v'^2_A}{r_A}$, 在椭圆轨道 A 点的加速度大小 $a_A = G \frac{M}{r_A^2} = a'_A < \frac{v^2_A}{r_A}$, **故 A、C 错误**; 过 B 点构建一个以月球球心为圆心的半径为 r_B 的圆轨道, 嫦娥六号在该圆轨道上运动的速度大小设为 v'_B , 从椭圆轨道需要加速做离心运动进入该圆轨道, 故 $v'_B >$

→ **通法攻略 22 卫星变轨问题**

v_B , 则在圆轨道 B 点的加速度大小 $a'_B = G \frac{M}{r_B^2} = \frac{v'^2_B}{r_B}$, 则在椭圆轨道

B 点的加速度大小 $a_B = G \frac{M}{r_B^2} = a'_B > \frac{v^2_B}{r_B}$, **故 B 正确, D 错误**.

关键点拨 过近月点、远月点分别构建一个圆轨道, 巧妙利用卫星变轨的结论解题.

2. BC 【解析】物体 P 随太空电梯做圆周运动, 角速度与地球自转角速度、同步卫星的角速度相同, 对同步卫星, 由万有引力提供向心力, 即 $G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$, 物体 P 的轨道半径小于同步卫星的轨道半径, 所需向心力小于万有引力, 故电梯箱对物体 P 的作用力方向背离地面, **故 A 错误**; 根据上述分析可知, 物体 Q 的轨道半径大于同步卫星的轨道半径, 因此电梯箱对物体 Q 的作用力指向地面, **故 B 正确**; 根据 $a_n = \omega^2 r$ 可知, 由于物体 P 、 N 、 Q 的角速度相等, 轨道半径 $r_P < r_N < r_Q$, 则有 $a_P < a_N < a_Q$, **故 C 正确, D 错误**.

3. AB 【解析】第一宇宙速度是人造地球卫星的最小发射速度, 发射神舟十七号的速度大于第一宇宙速度, **故 A 正确**; 由开普勒第三定律知, 神舟十七号进入 II 轨道后周期变长, **故 B 正确**; “M 卫星”若要与空间站对接, “M 卫星”应该由低轨道到高轨道, 对接开始时需要点火加速, 脱离原有轨道, 此后做离心运动与空间站实现对接, 若在同一轨道, “M 卫星”点火加速, 轨道会变得更高, **故 C 错误**; 根据牛顿第二定律有 $G \frac{Mm}{R^2} = ma$, 可得 $a =$

$G \frac{M}{R^2}$, 在Ⅲ轨道上的 c 点的加速度等于在Ⅱ轨道上的 c 点的加速度, 故 D 错误.

4. (1) $\frac{R^2 a}{Gm}$ (2) $\sqrt{\frac{Ra}{m}}$ (3) $\frac{mc}{b-a}$

【解析】(1) 当探测车速度为零时, 重力大小等于对地面的压力大小, 由图乙可知, 此时压力为 a , 设月球表面的重力加速度为 g , 则有 $a = mg$. 忽略自转的影响, 万有引力等于重力, 有 $mg = G \frac{Mm}{R^2}$, 联立可得 $M = \frac{R^2 a}{Gm}$.

(2) 月球卫星的最小发射速度 v_0 即月球近地卫星的环绕速度大小, 在月球表面附近, 由万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v_0^2}{R}$, 可得 $v_0 = \sqrt{\frac{Ra}{m}}$.

(3) 车对月球地面的压力 F_N 与月球地面对车的支持力等大反向, 故探测车在陨石坑最低点处, 有 $F_N - mg = \frac{mv^2}{r}$, 即 $F_N = \frac{m}{r} v^2 + mg$. 由图乙知 $\frac{m}{r} = \frac{b-a}{c}$, 可得 $r = \frac{mc}{b-a}$.

专题上分 6 卫星的追及相遇问题

1. B 【解析】经分析可知两卫星再次相距最近时满足 $\frac{2\pi t}{T_B} - \frac{2\pi t}{T} = 2\pi$, 解得 $T_B = \frac{Tt}{t+T}$, 故 B 正确.

大招攻略 23 卫星追及相遇

2. AD 【解析】根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 可得 $v =$

$\sqrt{\frac{GM}{r}}$, 设火星公转轨道半径为 $r_{\text{火}}$, 地球公转轨道半径为 $r_{\text{地}}$, 已

知 $\frac{r_{\text{火}}}{r_{\text{地}}} = \frac{3}{2}$, 则火星与地球绕太阳公转的线速度大小之比 $\frac{v_{\text{火}}}{v_{\text{地}}} =$

$\sqrt{\frac{r_{\text{地}}}{r_{\text{火}}}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 故 A 正确; 由开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2} = k$ (k 为常

量) 可得 $\frac{T_{\text{火}}^2}{T_{\text{地}}^2} = \frac{r_{\text{火}}^3}{r_{\text{地}}^3}$, 那么火星与地球绕太阳公转的周期之比 $\frac{T_{\text{火}}}{T_{\text{地}}} =$

$\sqrt{\frac{r_{\text{火}}^3}{r_{\text{地}}^3}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \neq \frac{3}{2}$, 故 B 错误; 地球公转周期为 $T_{\text{地}} =$

1 年, 根据 $\frac{T_{\text{火}}^2}{T_{\text{地}}^2} = \frac{r_{\text{火}}^3}{r_{\text{地}}^3}$, 可得 $T_{\text{火}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^3} T_{\text{地}} \approx 1.84$ 年, 设经过时间

t 再次出现“火星冲日”, 则 $(\omega_{\text{地}} - \omega_{\text{火}})t = 2\pi$, 又 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 代入可得

$\left(\frac{2\pi}{T_{\text{地}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{火}}}\right)t = 2\pi$, 解得 $t = \frac{T_{\text{地}} T_{\text{火}}}{T_{\text{火}} - T_{\text{地}}} = \frac{1 \times 1.84}{1.84 - 1}$ 年 ≈ 2.19 年 > 1 年, 所

大招攻略 23 卫星追及相遇

以下一次“火星冲日”将出现在 2026 年 1 月 16 日之后, 故 C 错误, D 正确.

3. D 【解析】设 M 绕 Q 公转的周期为 T , 由图 (b) 可知 $\Delta t =$

$$\frac{11T_0}{7} - \frac{3T_0}{7} = \frac{8T_0}{7}, \text{ 又 } \Delta t = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_0} - \frac{2\pi}{T}}, \text{ 解得 } T = 8T_0, \text{ 设行星 } M、N \text{ 绕 } Q$$

公转轨道的半径分别为 $r_M、r_N$, 根据开普勒第三定律可得 $\frac{r_M^3}{T^2} =$

$$\frac{r_N^3}{T_0^2}, \text{ 解得 } \frac{r_M}{r_N} = \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_0^2}} = \frac{4}{1}, \text{ 则两行星 } M、N \text{ 运动过程中相距最近时的}$$

的距离与相距最远时的距离之比为 $\frac{r_M - r_N}{r_M + r_N} = \frac{3}{5}$, 故 D 正确.

$$4. (1) 4\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \quad (2) \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{8R}} - \omega_0}$$

【解析】(1) 对卫星 B 有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T_B^2} (R+h)$, 又 $G \frac{Mm'}{R^2} =$

$$m'g, \text{ 联立解得 } T_B = 4\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}.$$

(2) 由题意得 $(\omega_B - \omega_0)t = 2\pi$, 即 $\left(\frac{2\pi}{T_B} - \omega_0\right)t = 2\pi$, 解得 $t =$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{8R}} - \omega_0}.$$

专题上分7 双星、多星问题 黑洞

1. B 【解析】设星球 A 和星球 B 的运动半径分别为 r_{OA} 和 r_{OB} , 星球 A、B 间的距离为 L , 则有 $r_{OA} + r_{OB} = L$, 对于星球 A 有

$$G \frac{m_A m_B}{L^2} = m_A \omega^2 r_{OA}, \text{ 解得 } m_B = \frac{\omega^2 r_{OA} L^2}{G}, \text{ 对于星球 B 分析同理可得}$$

$$m_A = \frac{\omega^2 r_{OB} L^2}{G}, \text{ 由于 } r_{OB} > r_{OA}, \text{ 所以星球 A 的质量大于星球 B 的}$$

质量, 故 A 正确; 两星球的向心力都是由两星球间的万有引力提供, 大小都为 $F = G \frac{m_A m_B}{L^2}$, 故 B 错误; 两星球角速度相等, 根据角

速度和线速度的关系可知 $v_A = \omega r_{OA}, v_B = \omega r_{OB}$, 且 $r_{OA} < r_{OB}$, 则星球 A 的线速度小于 B 的线速度, 故 C 正确; 根据题意可知

$G \frac{m_A m_B}{L^2} = m_A \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_{OA}, G \frac{m_A m_B}{L^2} = m_B \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_{OB}$, 解得 $T =$

$$2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(m_A + m_B)}}, \text{ 所以当双星的总质量一定时, 双星之间的距离越大, 其转动周期越大, 故 D 正确.}$$

2. AD 【解析】假设在演化开始时, “吸血鬼恒星” 的质量为 m_1 , 伴星的质量为 m_2 , 两者中心之间的距离为 L , 根据双星运动的特点, 对于“吸血鬼恒星” 有 $G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_1$, 同理对于伴星有

$$G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_2 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_2, \text{ 又有 } r_1 + r_2 = L, \text{ 联立解得 } T = \sqrt{\frac{4\pi^2 L^3}{G(m_1 + m_2)}},$$

由题意知两恒星的总质量不变, L 也不变, 则周期不变, 故 A 正确; 由 A 中分析, 联立可解得 $r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L, r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L$, 根据题意

可知, m_1 增大、 m_2 减小, 故 r_1 减小、 r_2 增大, 根据 $v = \frac{2\pi r}{T}$, 则“吸血鬼恒星” 的线速度减小, 伴星的线速度增大, 故 C 错误, D 正

确;根据万有引力公式可知,两恒星间的万有引力为 $F = G \frac{m_1 m_2}{L^2} = G \frac{m_1 (M - m_1)}{L^2}$, 其中 M 为两恒星的总质量, 可以判断出当 m_1 变化时, F 值是变化的, 故 B 错误。

3. (1) $\frac{3\pi}{GT^2}$ (2) $2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(M+m)}}$

【解析】(1) 设月球的半径为 R , 探测器在靠近月球表面的圆形轨道无动力飞行, 则有 $G \frac{m_{\text{月}} m_{\text{探}}}{R^2} = m_{\text{探}} \frac{4\pi^2}{T^2} R$, 又 $\rho = \frac{m_{\text{月}}}{V} = \frac{m_{\text{月}}}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, 解

得 $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$.

(2) 设地球和月球运动的半径分别为 r_1 、 r_2 , 则有 $r_1 + r_2 = L$, 根据万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{L^2} = M \frac{4\pi^2}{T_0^2} r_1$, $G \frac{Mm}{L^2} = m \frac{4\pi^2}{T_0^2} r_2$, 联立

解得 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(M+m)}}$.

4. BD



思路分析 多星问题的关键在于稳定运行时星体间的距离不变, 若万有引力不为零, 那么星体所受的万有引力的合力提供其做匀速圆周运动的向心力, 且星体做圆周运动的角速度相同(个别星体可能所受的万有引力的合力为零, 如三星系统中的某一个星体静止)。

【解析】题图 1 中两天体的向心力由万有引力提供, 大小相等、方向相反, 故 A 错误; 题图 1 中, 根据万有引力提供向心力可知

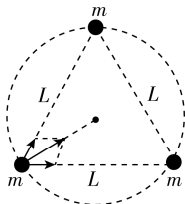
$G \frac{m \cdot m}{(2R)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$, 解得 $T = 4\pi\sqrt{\frac{R^3}{Gm}}$, 故 B 正确; 题图 2 中, 每颗

天体运行所需向心力都由其余两颗天体对其万有引力的合力提供, 如图所示, 有 $G \frac{m^2}{L^2} \times 2 \times \cos 30^\circ = F_n$, $L = 2R \cos 30^\circ$, 联立解得

$F_n = \frac{\sqrt{3} G m^2}{3R^2}$, 故 C 错误; 题图 1 中根据 $G \frac{m \cdot m}{(2R)^2} = m \frac{v_1^2}{R}$, 解得 $v_1 =$

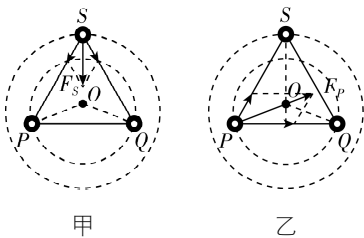
$\sqrt{\frac{Gm}{4R}}$, 题图 2 中根据 $G \frac{m^2}{L^2} \times 2 \times \cos 30^\circ = m \frac{v_2^2}{R}$, $L = 2R \cos 30^\circ$, 解得

$v_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{3} G m}{3R}}$, 则 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{Gm}{4R}}}{\sqrt{\frac{\sqrt{3} G m}{3R}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 故 D 正确。



5. BD 【解析】三星系统中三颗星体都绕同一圆心 O 做匀速圆周运动, 它们转动的角速度相同, 由线速度与角速度的关系公式 $v = \omega r$, 可知星体的线速度 $v_P = v_Q < v_S$, 故 A 错误; 根据 $a = r\omega^2$, 可知 P 、 Q 、 S 三颗星体中 S 星的加速度最大, 故 C 错误; 三颗星体都绕同一圆心 O 做匀速圆周运动, 每个星体受到另外两个星体

的万有引力的合力需指向 O 点, 因此可得星体 S 、 P 受力如图甲、乙所示, 可知 S 、 P 间的万有引力大小等于 S 、 Q 间的万有引力大小, S 、 P 间的万有引力小于 Q 、 P 间的万有引力, 两图中的两分力的夹角相等, 都为 60° , 因此 $F_S < F_P = F_Q$, 根据 $F = \frac{GMm}{r^2}$, 可知 $m_S < m_P = m_Q$, 故 B、D 正确.



6. A 【解析】 a 、 b 、 c 三个天体角速度相同, 由于 $m \ll M$, 则对 a 天体

有 $\frac{GMM}{(2r)^2} = M\omega^2 r$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{4r^3}}$, 故 D 错误; 设 c 与 a 、 b 的连线与

a 、 b 连线中垂线的夹角为 α , 对 c 天体有 $2 \frac{Gmm}{\left(\frac{r}{\sin \alpha}\right)^2} \cos \alpha =$

$m\omega^2 \frac{r}{\tan \alpha}$, 解得 $\alpha = 30^\circ$, c 的轨道半径为 $r_c = \frac{r}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}r$, 由 $v =$

ωr 可知 c 的线速度大小为 a 的 $\sqrt{3}$ 倍, 故 A 正确; 由 $a = \omega^2 r$ 可

知 c 的向心加速度大小是 b 的 $\sqrt{3}$ 倍, 故 B 错误; c 在一个周期内

运动的路程为 $s = 2\pi r_c = 2\sqrt{3}\pi r$, 故 C 错误.

易错警示 题设条件中明确给出 c 天体的质量 m 远小于 a 、 b 天体的质量 M , 言外之意就是对 a 、 b 天体的分析可以不考虑 c 天体对 a 、 b 天体的万有引力作用, 但对 c 天体分析时, 其向心力来自 a 、 b 天体对 c 天体的万有引力的合力.

7. C 【解析】被“压缩”后的电动摩托车成为球形黑洞, 设此黑洞

的第一宇宙速度为 v_1 , 根据万有引力定律有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v_1^2}{r}$, 第一

宇宙速度与光速关系为 $c = \sqrt{2}v_1$, 电动摩托车的质量约 80 kg, 代

入数据解得 $r = \frac{2GM}{c^2} \approx 10^{-25} \text{ m}$, 故 A、B、D 错误, C 正确.

8. $3 \times 10^3 \text{ m}$

【解析】由第一宇宙速度意义可知 $G \frac{Mm}{R^2} = \frac{mv_1^2}{R}$, 解得第一宇宙速

度为 $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, 又 $M = V\rho = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, 由题意可知 $v_2 = \sqrt{2}v_1$, 且对

于黑洞有 $v_2 = c$, 联立可得 $R \approx 3 \times 10^3 \text{ m}$.

素养 上分

1. B 【解析】对该星球, 有 $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{\left(\frac{c}{\sqrt{2}}\right)^2}{r}$, 且由黄金代换公式, 有

$GM = gR^2$, 联立得史瓦西半径 $r = \frac{2gR^2}{c^2} \approx 9 \times 10^{-3} \text{ m}$, 即 9 mm, 故 B

正确.

2. CD 【解析】地球、月球以及任一位于拉格朗日点的卫星都具有相同的运行周期, 故 A 错误; 根据题意可知, 监测卫星的运动轨

道半径大于月球的运动轨道半径,根据 $v = \frac{2\pi r}{T}$ 可知,监测卫星的

线速度大于月球的线速度,根据 $a = \frac{4\pi^2}{T^2}r$ 可知,监测卫星的加速

度大于月球的加速度,故 B 错误, C 正确;设地球质量为 M ,地球

球心到 A 点的距离为 r_1 . 月球质量为 m ,月球球心到 A 点的距离

为 r_2 , 根据相互间万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm}{(r_1+r_2)^2} =$

$M\omega^2 r_1 = m\omega^2 r_2$, 又 $M = 81m$, 可得 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{81}$, 故 D 正确.

3. A 【解析】设赤道卫星和极地卫星距离地球表面的距离分别为

h_1 和 h_2 , 则根据万有引力提供向心力可得 $G \frac{Mm_1}{(R+h_1)^2} =$

$m_1 \frac{4\pi^2}{(1.5T)^2}(R+h_1)$, $G \frac{Mm_2}{(R+h_2)^2} = m_2 \frac{4\pi^2}{T^2}(R+h_2)$, $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 联

立可得 $h_1 + R = \sqrt[3]{2.25} (h_2 + R)$, $gR^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} (R+h_2)^3$, 若 $h_1 - h_2 = \Delta h$

已知, 三个方程有三个未知量 h_1 、 h_2 和 R , 则可求解地球半径 R ;

但通过前两个方程不能求解 $h_1 - h_2$, 也不能求解 $\frac{h_1}{h_2}$, 故 A 正确,

B、D 错误; 经过 $6T$ 两卫星都回到原来的位置, 但是由于地球自转的周期未知, 则不能确定是否到 N 点正上方, 故 C 错误.

4. B 【解析】地球对月球的引力提供月球做圆周运动的向心

力, 则有 $G \frac{Mm_{\text{月}}}{r^2} = m_{\text{月}} \frac{4\pi^2}{T^2}r$, 可得地球的质量 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$, 地球的

密度 $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3}$, 故 A 错误; 对该卫星由牛顿第二定律有

$G \frac{Mm}{(r+s)^2} + F_{\text{月星}} = m \frac{4\pi^2}{T^2}(r+s)$, 其中 $G \frac{Mm_0}{R^2} = m_0 g$, 解得月球对该卫

星的引力 $F_{\text{月星}} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}(r+s) - \frac{mgR^2}{(r+s)^2}$, 故 B 正确; 在拉格朗日点的

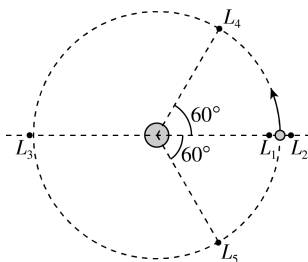
卫星与月球转动的角速度相等, 则根据 $a = \omega^2 r'$ 可知, 在拉格朗日

点的卫星的向心加速度比月球的向心加速度大, 故 C 错误; 在拉

格朗日点的卫星绕地球做圆周运动, 则不是处于平衡状态, 故 D

错误.

知识拓展 拉格朗日点: 一个小物体受两个大物体的引力作用, 处在空间中某一点时, 小物体相对于两大物体基本保持静止, 该点称为拉格朗日点, 有五个特解.



5. C 【解析】由图像可知 P 、 Q 的周期 $T_P = t_1$, $T_Q = 2t_2$, 可知 P 、 Q 绕

行星公转的周期之比为 $T_P : T_Q = 1 : 2\sqrt{2}$, 故 A 错误; 设卫星 P 、 Q

的质量分别为 m_1 和 m_2 , 卫星 P 到行星最近距离为 r_1 , 到行星最远距离为 r_2 , 卫星 Q 到行星最近距离为 r'_1 , 到行星最远距离为 r'_2 , 由图可得 $8F = \frac{GMm_1}{r_1^2}$, $2F = \frac{GMm_1}{r_2^2}$, $9F = \frac{GMm_2}{r_1'^2}$, $F = \frac{GMm_2}{r_2'^2}$, 根据开

普勒第三定律有 $\frac{\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)^3}{T_P^2} = \frac{\left(\frac{r'_1+r'_2}{2}\right)^3}{T_Q^2}$, 联立解得 $\frac{r_1}{r'_1} = \frac{2}{3}$, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{32}{81}$,

故 B 错误, C 正确; 根据 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, $a = \frac{GM}{r^2}$, 可得 P 、 Q 在离行星

最近位置处的加速度大小之比为 $\frac{a_P}{a_Q} = \frac{r_1'^2}{r_1^2} = \frac{9}{4}$, 故 D 错误.

全章上分

1. A 【解析】第一宇宙速度是最小发射速度,最大的环绕速度,同步卫星绕地球运行的速度和中国空间站绕地球运行的速度均小于第一宇宙速度,故 A 正确, B 错误;第二宇宙速度是指能脱离地球的束缚绕太阳运行的最小速度,故 C 错误;第三宇宙速度是指能脱离太阳的束缚飞出太阳系的最小速度,故 D 错误.

2. B 【解析】设地球的质量为 M ,月球的质量为 m ,飞行器的质量为 m' ,飞行器距地心的距离为 r_1 ,距月心的距离为 r_2 ,由万有引力定律可得 $F_1 : F_2 = \frac{GMm'}{r_1^2} : \frac{Gmm'}{r_2^2} = \frac{GMm'}{r_1^2} : \frac{G \cdot \frac{1}{81}Mm'}{r_2^2} = 4 : 1$,

$$\text{解得 } r_1 : r_2 = 9 : 2, \text{故 B 正确.}$$

3. A 【解析】设地球质量为 M ,半径为 R ,则地球表面的重力加速度大小 $g_1 = \frac{GM}{R^2}$,地幔和地核交界处的重力加速度大小 $g_2 =$

$$\frac{\frac{8}{25}GM}{\left(\frac{11}{20}R\right)^2}, \text{则有 } \frac{g_2}{g_1} \approx 1.06, \text{故 A 正确.}$$

4. D 【解析】设球体的密度为 ρ ,则没有挖去小球体前的质量为

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3, \text{被挖去的小球体质量为 } M' = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^3 =$$

$$\frac{1}{8}M, \text{根据万有引力定律可得 } F_1 = \frac{GMm}{R^2} - \frac{GM'm}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{GMm}{2R^2}, F_3 =$$

$$\frac{GMm}{R^2} - \frac{GM'm}{\left(\frac{3R}{2}\right)^2} = \frac{17GMm}{18R^2}, \text{采用填补法,可知剩余部分对位于 2 点}$$

处质点的万有引力大小等于挖掉的部分对位于 2 点处质点的万

$$\text{有引力大小,即 } F_2 = \frac{GM'm}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{GMm}{2R^2}, \text{则有 } F_1 = F_2 < F_3, \text{故 D 正确.}$$

5. C 【解析】 d 是静止在地球赤道表面上的物体,其做圆周运动的向心力不等于重力,所以其向心加速度不等于赤道处的重力加速度,故 A 错误; a 是同步卫星, d 是静止在地球赤道表面上的一个物体,则有 $\omega_a = \omega_d$, $T_a = T_d$,卫星围绕地球做匀速圆周运动,根据万

$$\text{有引力提供向心力有 } G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r, \text{可得 } \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \text{由于 } a \text{ 的轨道}$$

半径大于 b 的轨道半径, b 的轨道半径大于 c 的轨道半径,则有

$$\omega_a = \omega_d < \omega_b < \omega_c, \text{根据 } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ 可得 } T_a = T_d > T_b > T_c, \text{故 B、D 错误;卫}$$

$$\text{星围绕地球做匀速圆周运动,根据万有引力提供向心力有 } G \frac{Mm}{r^2} =$$

$$m \frac{v^2}{r}, \text{可得 } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \text{且 } a \text{ 的轨道半径大,则 } a \text{ 的线速度比 } b \text{ 的线}$$

速度小,且两者的轨道半径都大于地球半径,所以两者线速度都小于第一宇宙速度,故 C 正确.

6. B 【解析】鹊桥二号离开火箭时,速度要大于第一宇宙速度小于第二宇宙速度,才能进入环月轨道,故 A 错误;由开普勒第三定

律 $\frac{a^3}{T^2} = k$, 鹊桥二号在捕获轨道上运行的周期大于在环月轨道上运行的周期, **故 B 正确**; 在 P 点要由捕获轨道变轨到环月轨道, 做近心运动, 必须降低速度, 经过 P 点时, 需要点火减速, **故 C 错误**; 根据万有引力提供向心力可知 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, 解得 $a = \frac{GM}{r^2}$, 则经过 A 点的加速度比经过 B 点时小, **故 D 错误**.

7. AC 【解析】由开普勒第二定律可知地球在近日点运行速度最大, 在远日点运行速度最小, 冬至时地球在近日点附近, 运行速度最大, **故 A 正确**; 根据对称性可知, 从冬至到夏至的运行时间为周期的一半, 由开普勒第二定律可知从冬至到春分的运行速度大于春分到夏至的运行速度, 故从冬至到春分的运行时间小于地球公转周期的 $\frac{1}{4}$, **故 B 错误**; 地球和火星都是绕太阳运行的行星, 由开普勒第一定律可知太阳既在地球公转轨道的焦点上, 也在火星公转轨道的焦点上, **故 C 正确**; 若用 a 代表椭圆轨道的半长轴, T 代表公转周期, 由开普勒第三定律可知, 比值 k 是对所有绕太阳运行的行星都相同的常量, 地球和火星都是绕太阳运行的行星, 则对应的 k 值相同, **故 D 错误**.

8. BD 【解析】设地球的质量为 M , 空间站绕地球做匀速圆周运动, 由万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$, 解得地球的质量为 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$, **故 A 错误**; 根据题意可知地球的体积为 $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, 所以地球的密度为 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3}$, **故 B 正确**; 根据向心加速度与周期的关系式可知, 空间站运行的向心加速度大小为 $a = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$, **故 C 错误**; 根据线速度与周期的关系式可知, 空间站运行的线速度大小为 $v = \frac{2\pi r}{T}$, **故 D 正确**.

9. BC 【解析】在月球表面 $G \frac{M_{\text{月}} m}{r_{\text{月}}^2} = mg_{\text{月}}$, 解得 $g_{\text{月}} = G \frac{M_{\text{月}}}{r_{\text{月}}^2}$, 同理可得 $g_{\text{火}} = G \frac{M_{\text{火}}}{r_{\text{火}}^2}$, 所以 $\frac{g_{\text{月}}}{g_{\text{火}}} = \frac{M_{\text{月}}}{M_{\text{火}}} \times \frac{r_{\text{火}}^2}{r_{\text{月}}^2} = \frac{4}{9}$, **故 A 错误**; 在月球表面, 可以认为重力为其圆周运动提供向心力, 故有 $mg_{\text{月}} = m \frac{v_{\text{月}}^2}{r_{\text{月}}}$, 解得 $v_{\text{月}} = \sqrt{g_{\text{月}} r_{\text{月}}}$, 同理可得 $v_{\text{火}} = \sqrt{g_{\text{火}} r_{\text{火}}}$, 所以 $\frac{v_{\text{月}}}{v_{\text{火}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{月}} r_{\text{月}}}{g_{\text{火}} r_{\text{火}}}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$, **故 B 正确**; 根据周期公式 $T = \frac{2\pi r}{v}$ 可知 $\frac{T_{\text{月}}}{T_{\text{火}}} = \frac{2\pi r_{\text{月}}}{v_{\text{月}}} \times \frac{v_{\text{火}}}{2\pi r_{\text{火}}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$, **故 C 正确**; 开普勒第三定律是对于同一中心天体而言, 嫦娥五号与天问一号做圆周运动的中心天体不同, **故 D 错误**.

10. AC 【解析】因为 S_1 、 S_2 做圆周运动的向心力均由二者之间的万有引力提供, 所以向心力大小相等, 又因为两天体绕 O 点做匀速圆周运动的周期相同, 所以角速度相同, 根据向心力公式有 $m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2$, 可得 $m_1 : m_2 = r_2 : r_1 = 2 : 1$, **故 B、D 错误**; 根据 $v = \omega r$, 可得 S_1 、 S_2 做圆周运动的线速度大小之比为 $v_1 : v_2 = r_1 :$

$r_2 = 1:2$, 故 C 正确; 根据牛顿第二定律有 $G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 \frac{4\pi^2}{T^2} r_1 = m_2 \frac{4\pi^2}{T^2} r_2$, 两天体之间的距离为 $L = r_1 + r_2$, 联立解得两天体的质量之和为 $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 L^3}{GT^2}$, 故 A 正确.

11. (1) $\frac{F(2r+L)^2}{m^2}$ (2) B (3) ① 8.0 ② $\frac{gR^2}{G}$

【解析】(1) 根据万有引力计算公式 $F = G \frac{m \cdot m}{(2r+L)^2}$, 可得

$$G = \frac{F(2r+L)^2}{m^2}.$$

(2) “卡文迪许扭秤实验”中测量微小量的方法为放大法, 探究力的合成规律的实验中, 运用的科学思想方法为等效替代法, 故 A 错误; 通过平面镜观察桌面的微小形变, 采用放大法, 故 B 正确; 探究加速度与力、质量的关系采用控制变量法, 故 C 错误; 探究小车速度随时间变化的规律中采用归纳法, 故 D 错误.

(3) ① 由图 3 可知, 小球做平抛运动, 在竖直方向上有 $\Delta y = gT^2$, 代入数据解得 $g = 8.0 \text{ m/s}^2$.

② 根据万有引力与重力的关系 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 可得 $M = \frac{gR^2}{G}$.

12. (1) 15 m/s^2 (2) $3.0 \times 10^4 \text{ m/s}$ (3) $8.1 \times 10^{26} \text{ kg}$

【解析】(1) 物块上滑过程中, 根据牛顿第二定律, 在沿斜面方向上有 $\mu mg \cos \theta + mg \sin \theta = ma_1$, 又根据 $v-t$ 图像的斜率表示加速度, 则上滑过程中物块的加速度大小为 $a_1 = \frac{6-0}{0.6} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$, 解得 $g = 15 \text{ m/s}^2$.

(2) 由万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$, 在星球表面, 根据万有引力等于重力有 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 解得该星球的第一宇宙速度为 $v = \sqrt{gR} = \sqrt{15 \times 6 \times 10^4 \times 10^3} \text{ m/s} = 3.0 \times 10^4 \text{ m/s}$.

(3) 在星球表面有 $\frac{GMm}{R^2} = mg$, 解得该星球的质量为 $M = \frac{gR^2}{G} = \frac{15 \times (6 \times 10^4 \times 10^3)^2}{6.67 \times 10^{-11}} \text{ kg} \approx 8.1 \times 10^{26} \text{ kg}$.

13. (1) 减速 减速 (2) $\sqrt{\frac{g_0 R}{5}}$ (3) $6\pi \sqrt{\frac{3R}{g_0}}$

【解析】(1) 根据变轨原理, 飞船在轨道 I 的 A 点减速, 做近心运动进入椭圆轨道 II, 飞船在轨道 II 的近月点 B 减速, 做近心运动进入近月轨道 III.

(2) 根据万有引力与重力的关系 $G \frac{Mm}{R^2} = mg_0$, 又有万有引力提供向心力 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 且 $r = 5R$, 解得飞船在轨道 I 上的运行

速率为 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R}{5}}$.

(3) 根据万有引力提供向心力 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$, 解得飞船在轨道

III 上绕月运行一周所需的时间为 $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g_0}}$, 根

据开普勒第三定律 $\frac{R^3}{T^2} = \frac{\left(\frac{r+R}{2}\right)^3}{T_1^2}$, 飞船在轨道 II 上绕月运行一周

所需的时间为 $T_1 = 6\pi \sqrt{\frac{3R}{g_0}}$.

14. (1) $\frac{vTm_1}{2\pi m_2}$ (2) $\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G}$ (3) 暗星 B 有可能是黑洞

【解析】(1) 设 A、B 的轨道半径分别为 r_1 、 r , 根据牛顿第二定律

有 $F = m_1 r_1 \omega^2 = m_2 r \omega^2$, A 的速率满足 $v = \frac{2\pi r_1}{T}$, 解得 $r = \frac{vTm_1}{2\pi m_2}$.

(2) 对可见星 A 有 $G \frac{m_1 m_2}{L^2} = m_1 \frac{v^2}{r_1}$, 其中 $v = \frac{2\pi r_1}{T}$, $L = r_1 + r$, 结合

(1) 中分析, 解得 $\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G}$.

(3) 设 $m_2 = nm_s$ ($n > 0$), 并根据已知条件 $m_1 = 6m_s$, 及相关数据

代入(2)中 $\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G}$, 可得 $\frac{n^3}{(n+6)^2} \approx 3.5$, 由数学知识知

$f(n) = \frac{n^3}{(n+6)^2}$, 在 $n > 0$ 时为增函数, 当 $n = 2$ 时, 有 $f(2) = \frac{1}{8} <$

3.5 , 为使 $f(n) = 3.5$ 成立, 则 $n > 2$, 即 $m_2 > 2m_s$, 可以判断暗星 B 可能是黑洞.

真题上分

1. C 【解析】“天都一号”在环月椭圆轨道上运行时与月球的距离

不断发生变化, 根据 $F = G \frac{Mm}{r^2}$ 可知受月球的引力大小发生变化,

离月球越近, 其所受月球的引力越大, 故 A、D 错误; 根据开普勒第二定律可知, “天都一号”在环月椭圆轨道上运行时, 相对月球的速度大小改变, 在近月点速度最大, 在远月点速度最小, 即离月球越近, 相对月球的速度越大, 故 B 错误, C 正确.

2. A 【解析】轨道器绕火星做匀速圆周运动, 万有引力提供向心

力, 可得 $\frac{GMm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R = m \frac{4\pi^2 R}{T^2} = ma$, 题中已知的物理量有

轨道半径 R 、轨道周期 T 、引力常量 G , 可推算出火星的质量, 故 A 正确; 若想推算火星的体积和逃逸速度, 则还需要知道火星的半径 r , 故 B、C 错误; 根据上述分析可知, 不能通过所提供物理量推算出火星的自转周期, 故 D 错误.

3. D 【解析】地球绕太阳公转的周期 $T = 1$ 年, 轨道半径为 r , 则小

行星轨道的半长轴 $a = \frac{5r+7r}{2} = 6r$, 根据开普勒第三定律有 $\frac{T_1^2}{T^2} =$

$\frac{a^3}{r^3}$, 解得 $T_1 = \sqrt{\frac{a^3}{r^3}} T = \sqrt{6^3} T = 6\sqrt{6}$ 年, 故 A 错误; 小行星从远日

点到近日点离太阳距离越来越小, 所受太阳引力越来越大, 故 B 错误; 小行星从远日点到近日点, 万有引力做正功, 速度增大, 故

C 错误; 由 $F = \frac{GMm}{r^2} = ma$ 得 $a = \frac{GM}{r^2}$, 则小行星在近日点加速度与

地球公转加速度之比为 $\frac{a_{\text{近}}}{a_{\text{地}}} = \frac{r^2}{(5r)^2} = \frac{1}{25}$, 故 D 正确.

4. C 【解析】地球公转周期为一年, 根据开普勒第三定律有 $3^3 <$

$$\left(\frac{R_{\text{小}}}{R_{\text{地}}}\right)^3 = \left(\frac{T_{\text{小}}}{T_{\text{地}}}\right)^2 = 33.64 < 4^3, \text{ 所以小行星轨道半径介于 } 3 \text{ AU 和}$$

4 AU 之间,由题图表可知小行星的公转轨道应介于火星与木星的公转轨道之间,故 C 正确.

5. C 【解析】星体做匀速圆周运动,由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{r^2} =$

$$m \frac{v^2}{r}, \text{ 解得 } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \text{ 可知彗星在近日点处圆轨道上的速度大于}$$

地球绕太阳的公转速度,彗星在圆轨道上近日点加速到达椭圆轨道,因此彗星在近日点的速度大于地球绕太阳的公转速度,故

A 错误;由开普勒第二定律知,从 b 运行到 c 的过程中彗星速度一直减小,故动能一直减小,故 B 错误;根据开普勒第二定律可知,彗星与太阳的连线经过相同的时间扫过的面积相同,根据

$S_1 > S_2$ 可知,彗星从 a 运行到 b 的时间大于从 c 运行到 d 的时间,故 C 正确;由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$,解得 $a = \frac{GM}{r^2}$,则彗星在

近日点的加速度 a_1 与地球的加速度 a_2 比值为 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{1}{0.36}$,故

D 错误.

6. D 【解析】根据开普勒第二定律可知小行星甲在远日点的速度小于近日点的速度,故 A 错误;根据牛顿第二定律有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$,

可得 $a = \frac{GM}{r^2}$,所以小行星乙在远日点的加速度等于地球公转加速

度,故 B 错误;根据开普勒第三定律有 $\frac{\left(\frac{R_1+R}{2}\right)^3}{T_1^2} = \frac{\left(\frac{R_2+R}{2}\right)^3}{T_2^2}$,小行星

甲与乙的运行周期之比 $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{(R_1+R)^3}{(R_2+R)^3}}$,甲、乙两星从远日点

到近日点的时间之比 $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{1}{2}T_1}{\frac{1}{2}T_2} = \sqrt{\frac{(R_1+R)^3}{(R_2+R)^3}}$,故 C 错误, D

正确.

7. B 【解析】设行星质量为 m ,轨道半径为 r_1 ,周期为 T_1 ,红矮星质量

为 M_1 ,由万有引力提供向心力有 $\frac{GM_1m}{r_1^2} = m \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 r_1$,可得 $M_1 =$

$\frac{4\pi^2 r_1^3}{GT_1^2}$,同理可得太阳质量 $M_2 = \frac{4\pi^2 r_2^3}{GT_2^2}$, $\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{(0.07)^3}{(0.06)^2} \approx$

0.1,故 B 正确.

8. A 【解析】由题意可知, $r_{\text{甲}} < r_{\text{乙}}$,根据万有引力提供向心力,可得

$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = ma$,则 $T_{\text{甲}} < T_{\text{乙}}$, $v_{\text{甲}} > v_{\text{乙}}$, $\omega_{\text{甲}} > \omega_{\text{乙}}$,

$a_{\text{甲}} > a_{\text{乙}}$,故 A 正确.

技巧必备 对于多个行星绕同一中心天体做圆周运动时,可以直接用“高轨低速大周期”口诀进行快解.

9. A 【解析】行星绕恒星做匀速圆周运动,恒星对行星的万有引

力提供其做圆周运动的向心力, 则 $G \frac{M_{\text{恒}} m_{\text{行}}}{r_{\text{行}}^2} = m_{\text{行}} \frac{4\pi^2}{T_{\text{行}}^2} r_{\text{行}}$, $T_{\text{行}} =$

$$\sqrt{\frac{4\pi^2 r_{\text{行}}^3}{GM_{\text{恒}}}}, \text{ 则 } \frac{T_{\text{行}}}{T_{\text{地}}} = \sqrt{\frac{r_{\text{行}}^3 M_{\text{日}}}{r_{\text{地}}^3 M_{\text{恒}}}} = \sqrt{\frac{1}{14^3} \times \frac{7}{2}} = \frac{1}{28}, T_{\text{行}} = \frac{1}{28} T_{\text{地}} \approx 13 \text{ 天},$$

故 A 正确.

10. A 【解析】设卫星质量为 m , 卫星在同步轨道运行时, 根据牛顿

第二定律有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T_0^2} (R+h)$, 得 $M = \frac{4\pi^2 (R+h)^3}{GT_0^2}$, 卫星在

小行星表面附近绕其做匀速圆周运动时有 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} R$, 得

$$M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT_1^2}, \text{ 联立可得 } R = \frac{T_1^{\frac{2}{3}}}{T_0^{\frac{2}{3}} - T_1^{\frac{2}{3}}} h, \text{ 所以 } a = T_1, b = T_0, c = T_1, \text{ 故 A}$$

正确.

11. A 【解析】由题意可知, 相邻两次信号最强的时间间隔为 $t = \frac{T}{2}$,

点拨: 卫星经过赤道上观测站正上方时观测

站接收到的信号最强, 相邻两次信号最强对应卫星比地球自转多转动一圈

$$\text{由 } \frac{t}{T_{\text{卫}}} - \frac{t}{T} = 1, \text{ 可得 } T_{\text{卫}} = \frac{T}{3}, \text{ 由 } G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T_{\text{卫}}^2} r \text{ 得 } r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{36\pi^2}}, \text{ 故}$$

A 正确.

12. B 【解析】根据开普勒第三定律有 $\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$, 可得鹊桥二号在捕

获轨道运行时周期约为 $T_2 = 288 \text{ h}$, 故 A 错误; 根据开普勒第二定律可知近月点的速度大于远月点的速度, 故 B 正确; 由捕获轨道进入冻结轨道, 鹊桥二号需要减速, 做向心运动, 所以在捕获轨道近月点的速度大于在冻结轨道运行时近月点的速度, 故 C 错

误; 根据 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 可得 $a = \frac{GM}{r^2}$, 可知在捕获轨道近月点的加速

度等于在冻结轨道运行时近月点的加速度, 故 D 错误.

13. BD 【解析】鹊桥二号围绕月球做椭圆运动, 从 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 做减速运动, 从 $B \rightarrow D \rightarrow A$ 做加速运动, 所以从 $C \rightarrow B \rightarrow D$ 的运动时间大于半个周期, 即大于 12 小时, 故 A 错误; 在 A 点, 根据牛顿第

二定律, 有 $G \frac{Mm}{(r_{OA})^2} = ma_A$, 在 B 点, 根据牛顿第二定律, 有

$$G \frac{Mm}{(r_{OB})^2} = ma_B, \text{ 联立并代入数据可得鹊桥二号在 A、B 两点的加}$$

速度大小之比约为 $a_A : a_B = 81 : 1$, 故 B 正确; 根据物体做曲线运动时速度方向沿该点的切线方向, 可知鹊桥二号在 C、D 两点的速度方向不垂直于其与月心的连线, 故 C 错误; 鹊桥二号发射后围绕月球沿椭圆轨道运动, 并未脱离地球引力束缚, 也在围绕地球运动, 所以鹊桥二号在地球表面附近的发射速度大于 7.9 km/s 且小于 11.2 km/s , 故 D 正确.

关键点 7.9 km/s 是环绕地球运动的最小发射速度, 11.2 km/s 是脱离地球引力束缚的最小发射速度

14. BD 【解析】根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$, 在星球

表面有 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 解得 $v = \sqrt{gR}$, 又 $g_{\text{月}} = \frac{1}{6}g_{\text{地}}$, $R_{\text{月}} = \frac{1}{4}R_{\text{地}}$, 则返

回舱在月球表面的飞行速度 $v_{\text{月}} = \sqrt{\frac{1}{24}}v_{\text{地}}$, 返回舱相对于月球的速度小于地球第一宇宙速度, 故 A 错误, B 正确; 设返回舱绕星

球飞行周期为 T , 由万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm}{R^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R$, 在

星球表面附近有 $\frac{GMm}{R^2} = mg$, 联立可得周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} =$

$2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$, 则 $\frac{T_{\text{月}}}{T_{\text{地}}} = \sqrt{\frac{R_{\text{月}}}{R_{\text{地}}} \cdot \frac{g_{\text{地}}}{g_{\text{月}}}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$, 故 C 错误, D 正确.

15. BD 【解析】由于太阳和地球可视为以相同角速度围绕日心和地心连线中的一点 O 转动的双星系统, O 点距离地心为 r_1 、距离

日心为 r_2 , 有 $\frac{GMm}{R^2} = m\omega^2 r_1 = M\omega^2 r_2$, 其中 $r_1 + r_2 = R$, 联立解得 $\omega =$

$\sqrt{\frac{G(M+m)}{R^3}}$, 故 A 错误, B 正确; 航天器绕 O 点转动时, 太阳和地球对其引力提供向心力, 有 $\frac{GMm'}{(R+r)^2} + \frac{Gmm'}{r^2} = m'\omega^2(r+r_1)$, 其中

→ **关键点** 在 L2 点的航天器受太阳和地球引力共同作用绕 O 点转动

$r_1 = \frac{MR}{m+M}$, 根据题目提供的近似式, 解得 $r = R \sqrt[3]{\frac{m}{m+3M}}$, 故 C 错

误, D 正确.